УДК 62-503.56

В.М. Тонконогий, д-р техн. наук, проф.,
Т.В. Лысенко, д-р техн. наук, доц.,
Т.И. Носенко, физик,
Одес. нац. политехн. ун-т

СИНХРОНИЗИРУЮЩЕЕ УПРАВЛЕНИЕ В СТОХАСТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

В.М. Тонконогий, Т.В. Лисенко, Т.І. Носенко. **Синхронізуюче управління в стохастичних умовах.** Наведено визначення, завдання і теоретичні основи синхронізуючого управління. Описано імовірнісний підхід до моделювання подій і організація синхронізуючого управління в стохастичних умовах.

V.M. Tonkonogy, T.V. Lysenko, T.I. Nosenko. **The synchronizing control in the stochastic conditions.** Presented are the definitions problems and theoretical bases of synchronizing control. The probability approach to modeling events and the organization of synchronizing control under stochastic conditions are described.

В связи с широким развитием новых классов систем автоматизированного управления возникла необходимость в имитационном моделировании состояний и преобразований управляемых объектов, включающем понятие “событие”.

К сожалению, известные определения события математически не строги, противоречивы и носят оттенки конкретных приложений. Так, событие интерпретируется как непредсказуемые явления в бизнесе [1], инцидент или явление, которые могут затрагивать выполнение стратегии или достижение тактических или оперативных целей [2], записи, генерируемые процессами в компьютерной системе и хранящиеся в определенных каталогах [3], качественные изменения в системе или достижение переменными системы некоторого заранее заданного значения, не приводящего к качественным превращениям, но обусловливающее переход к какому-либо новому отношению [4] и др. В работах по управлению события рассматриваются как нечто, неожиданно привнесенное извне и требующее реакции АСУ, направленной на устранение его последствий [5]. В то же время, понятие “событие”, широко используемое в теории вероятности, в ней не определено и является основой для построения булевой алгебры событий [6].

Пусть некоторая система Ω определена в n_Ω-мерном пространстве ее состояний $\mathbf{\Omega}(\tau)$, где τ — время. Разобьем $\mathbf{\Omega}(\tau)$ на k множеств:

$$\mathbf{Y}_1(\tau) = \{y_{11}(\tau), y_{12}(\tau), \ldots, y_{1n_1}(\tau)\},$$
$$\mathbf{Y}_2(\tau) = \{y_{21}(\tau), y_{22}(\tau), \ldots, y_{2n_2}(\tau)\},$$
$$\ldots$$
$$\mathbf{Y}_i(\tau) = \{y_{i1}(\tau), y_{i2}(\tau), \ldots, y_{in_i}(\tau)\},$$
$$\ldots$$
$$\mathbf{Y}_k(\tau) = \{y_{k1}(\tau), y_{k2}(\tau), \ldots, y_{kn_k}(\tau)\}$$

с размерностями $n_1, n_2, \ldots, n_i, \ldots, n_k$, соответственно, которые могут частично пересекаться между собой. Назовем части общей системы Ω, определенные на $\mathbf{Y}_1(\tau), \mathbf{Y}_2(\tau), \ldots, \mathbf{Y}_i(\tau), \ldots, \mathbf{Y}_k(\tau)$, соответственно подсистемами $\mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_i, \ldots, \mathrm{Y}_k$.

Выделим в подсистемах $\mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_i, \ldots, \mathrm{Y}_k$ *поименованные состояния*:

$$\mathbf{Y}_1^{S_{11}}(\tau) = \{y_{11}^{S_{11}}(\tau), y_{12}^{S_{11}}(\tau), \ldots, y_{1n_1}^{S_{11}}(\tau)\},$$
$$\mathbf{Y}_1^{S_{12}}(\tau) = \{y_{11}^{S_{12}}(\tau), y_{12}^{S_{12}}(\tau), \ldots, y_{1n_1}^{S_{12}}(\tau)\},$$
$$\ldots$$
$$\mathbf{Y}_1^{S_{1q_1}}(\tau) = \{y_{11}^{S_{1q_1}}(\tau), y_{12}^{S_{1q_1}}(\tau), \ldots, y_{1n_1}^{S_{1q_1}}(\tau)\};$$

$$\mathbf{Y}_2^{S_{21}}(\tau)=\{\, y_{21}^{S_{21}}(\tau),\ y_{22}^{S_{21}}(\tau),\ \ldots,\ y_{2n_2}^{S_{21}}(\tau)\,\},$$

$$\mathbf{Y}_2^{S_{22}}(\tau)=\{\, y_{21}^{S_{22}}(\tau),\ y_{22}^{S_{22}}(\tau),\ \ldots,\ y_{2n_2}^{S_{22}}(\tau)\,\},$$

$$\ldots$$

$$\mathbf{Y}_2^{S_{2q2}}(\tau)=\{\, y_{21}^{S_{2q2}}(\tau),\ y_{22}^{S_{2q2}}(\tau),\ \ldots,\ y_{2n_2}^{S_{2q2}}(\tau)\,\};$$

$$\ldots$$

$$\mathbf{Y}_i^{S_{i1}}(\tau)=\{\, y_{i1}^{S_{i1}}(\tau),\ y_{i2}^{S_{i1}}(\tau),\ \ldots,\ y_{in_i}^{S_{i1}}(\tau)\,\},$$

$$\mathbf{Y}_i^{S_{i2}}(\tau)=\{\, y_{i1}^{S_{i2}}(\tau),\ y_{i2}^{S_{i2}}(\tau),\ \ldots,\ y_{in_i}^{S_{i2}}(\tau)\,\},$$

$$\ldots$$

$$\mathbf{Y}_i^{S_{iq_i}}(\tau)=\{\, y_{i1}^{S_{iq_i}}(\tau),\ y_{i2}^{S_{iq_i}}(\tau),\ \ldots,\ y_{in_i}^{S_{iq_i}}(\tau)\,\};$$

$$\ldots$$

$$\mathbf{Y}_k^{S_{k1}}(\tau)=\{\, y_{k1}^{S_{k1}}(\tau),\ y_{k2}^{S_{k1}}(\tau),\ \ldots,\ y_{kn_k}^{S_{k1}}(\tau)\,\},$$

$$\mathbf{Y}_k^{S_{k2}}(\tau)=\{\, y_{k1}^{S_{k2}}(\tau),\ y_{k2}^{S_{k2}}(\tau),\ \ldots,\ y_{kn_k}^{S_{k2}}(\tau)\,\},$$

$$\ldots$$

$$\mathbf{Y}_k^{S_{kqk}}(\tau)=\{\, y_{k1}^{S_{kqk}}(\tau),\ y_{k2}^{S_{kqk}}(\tau),\ \ldots,\ y_{kn_k}^{S_{kqk}}(\tau)\,\},$$

которые могут (или не могут) быть достигнуты на интервалах времени $\tau_{\min 1} \le \tau \le \tau_{\max 1}$; $\tau_{\min 2} \le \tau \le \tau_{\max 2}$; …; $\tau_{\min k} \le \tau \le \tau_{\max k}$, соответственно.

Назовем эти поименованные состояния системы Ω *событиями* $\Sigma\{S_{11}, S_{12}, \ldots, S_{1q_1}; S_{21}, S_{22}, \ldots, S_{2q_2}; \ldots; S_{k1}, S_{k2}, \ldots, S_{kq_k}\}$.

Указывалось, что пространства $\mathbf{Y}_1(\tau)$, $\mathbf{Y}_2(\tau)$, …, $\mathbf{Y}_i(\tau)$, …, $\mathbf{Y}_k(\tau)$, на которых определены подсистемы Y_1, Y_2, …, Y_i, …, Y_k общей системы Ω, могут пересекаться.

Пусть, например, пересекаются пространства $\mathbf{Y}_1(\tau) = \{y_{11}(\tau), y_{12}(\tau), \ldots, y_{1n_1}(\tau)\}$ и $\mathbf{Y}_2(\tau) = \{y_{21}(\tau), y_{22}(\tau), \ldots, y_{2n_2}(\tau)\}$ подсистем Y_1 и Y_2. Обозначим общие координаты пространств через $\mathbf{u}_{1,2}(\tau)\{u_1(\tau), u_2(\tau), \ldots, u_z(\tau)\}$, причем, $z < n_1$ и $z < n_2$. Тогда можно записать

$$\mathbf{Y}_1(\tau) = \{y_{11}(\tau), y_{12}(\tau), \ldots, y_{1(n_1-z)}(\tau), u_1(\tau), u_2(\tau), \ldots, u_z(\tau)\},$$

$$\mathbf{Y}_2(\tau) = \{y_{21}(\tau), y_{22}(\tau), \ldots, y_{2(n_2-z)}(\tau), u_1(\tau), u_2(\tau), \ldots, u_z(\tau)\}$$

или в векторной форме:

$$\mathbf{Y}_1(\tau) = \{\mathbf{y_1}(\tau), \mathbf{u}(\tau)\}, \qquad \mathbf{Y}_2(\tau) = \{\mathbf{y_2}(\tau), \mathbf{u}(\tau)\}.$$

Определим события S_1 и S_2 в подсистемах Y_1 и Y_2 только на координатах $\mathbf{y_1}(\tau)$ и $\mathbf{y_2}(\tau)$, соответственно, а z общих координат $\mathbf{u}(\tau)$ будем считать *совместным управлением* подсистемами.

Запишем последние выражения в виде

$$\mathbf{f_1}\{\mathbf{y_1}(\tau), \mathbf{u}(\tau)\} = 0; \quad \mathbf{f_2}\{\mathbf{y_2}(\tau), \mathbf{u}(\tau)\} = 0. \tag{1}$$

Приравнивая левые части уравнений (1), получим

$$\mathbf{f_1}\{\mathbf{y_1}(\tau), \mathbf{u}(\tau)\} = \mathbf{f_2}\{\mathbf{y_2}(\tau), \mathbf{u}(\tau)\}$$

или

$$\mathbf{F}\{\mathbf{y_1}(\tau), \mathbf{y_2}(\tau), \mathbf{u}(\tau)\} = 0. \qquad (2)$$

Пусть событие $\mathbf{y}_1^{S_1}(\tau)$ в подсистеме Y_1 происходит во время τ_{S1}, а событие $\mathbf{y}_2^{S_2}(\tau)$ в подсистеме Y_2 — во время τ_{S2}.

Тогда частными случаями (1) будут выражения

$$\mathbf{f_1}\{\mathbf{y}_1^{S_1}(\tau_{S1}), \mathbf{u}(\tau)\} = 0; \quad \mathbf{f_2}\{\mathbf{y}_2^{S_2}(\tau_{S2}), \mathbf{u}(\tau)\} = 0, \qquad (3)$$

а частным случаем (2) будет выражение

$$\mathbf{F}\{\mathbf{y}_1^{S_1}(\tau_{S1}), \mathbf{y}_2^{S_2}(\tau_{S2}), \mathbf{u}(\tau)\} = 0. \qquad (4)$$

Задача 1. Найти такую функцию $\mathbf{u}(\tau)$, *чтобы события* $\mathbf{y}_1^{S_1}(\tau_{S1})$ *и* $\mathbf{y}_2^{S_2}(\tau_{S2})$ *в подсистемах* Y_1 *и* Y_2 *общей системы* Ω *произошли при произвольном* τ *из пересекающихся диапазонов* $\tau_{\min 1} \le \tau \le \tau_{\max 1}$; $\tau_{\min 2} \le \tau \le \tau_{\max 2}$, *но практически одновременно.*

Для этого необходимо, чтобы выполнялось неравенство $\tau_{S1} — \tau_{S2} \le \varepsilon$, где ε — произвольное малое число. Такая функция $\mathbf{u}(\tau)$ будет управлением, синхронизирующим события в подсистемах Y_1 и Y_2 системы Ω, или просто *синхронизирующим управлением* [4].

В реальных моделях систем пространство $\mathbf{\Omega}$, как правило, конечномерное, т.е. не принимаются во внимание как неучитываемые параметры внутреннего состояния системы, так и параметры внешнего воздействия на нее, из-за чего события $S_{11}, S_{12}, \ldots, S_{1q_1}$; $S_{21}, S_{22}, \ldots, S_{2q_2}$; …; $S_{k1}, S_{k2}, \ldots, S_{kq_k}$ наступают с вероятностями $p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{1q_1}$; $p_{21}, p_{22}, \ldots, p_{2q_2}$; …; $p_{k1}, p_{k2}, \ldots, p_{kq_k}$.Дополним перечень событий в каждой из подсистем $Y_1, Y_2, \ldots, Y_i, \ldots, Y_k$ “нулевыми” событиями $S_{01}, S_{02}, \ldots, S_{0i}, \ldots, S_{0k}$, означающими, что в соответствующей подсистеме не произошло ни одного из перечисленных событий $S_{11}, S_{12}, \ldots, S_{1q_1}$; $S_{21}, S_{22}, \ldots, S_{2q_2}$; …; $S_{i1}, S_{i2}, \ldots, S_{iq_i}$; $S_{k1}, S_{k2}, \ldots, S_{kq_k}$.

Будем считать события, происходящие в каждой из подсистем $Y_1, Y_2, \ldots, Y_k$ в отдельности, несовместными, а события в разных подсистемах — взаимно независимыми

$$S_{11} \cap S_{12} \cap \ldots \cap S_{1q_1};$$

$$S_{21} \cap S_{22} \cap \ldots \cap S_{2q_2};$$

$$\ldots$$

$$S_{k1} \cap S_{k2} \cap \ldots \cap S_{kq_k};$$

$$S_{11} \cup S_{21} \cup \ldots \cup S_{k1};$$

$$\ldots$$

Вероятности “нулевых” событий обозначим через $p_{10}, p_{20}, \ldots, p_{k0}$. Тогда

$$p_{11} + p_{12} + \ldots + p_{1q_1} + p_{10} = 1;$$

$$p_{21} + p_{22} + \ldots + p_{2q_2} + p_{20} = 1;$$

$$\ldots$$

$$p_{k1} + p_{k2} + \ldots + p_{kq_k} + p_{k0} = 1.$$

Вероятностный подход к моделированию событий приводит к тому, что при количестве экспериментов более одного и, например, $\mathbf{Y}_1(\tau) = \mathrm{const}$, время наступления событий в этих экспериментах уже не является постоянным, как это представлено [4], а может существенно различаться.

При этом значения τ_S распределяются вдоль диапазона допустимых значений $\tau_{\min} \le \tau_S \le \tau_{\max}$, как это представлено, например, с помощью гистограммы (рис. 1).

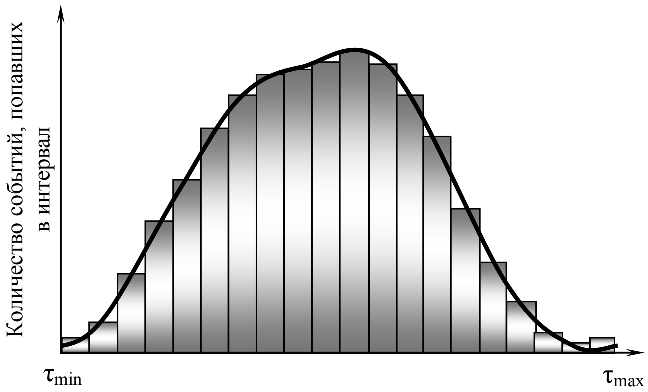

Рис. 1. Гистограмма распределения фактического (экспериментального) времени наступления события

Огибающая этой гистограммы может быть принята в качестве функции статистической оценки вероятности $p_S(\tau)$ наступления события S в тот или иной момент времени τ.

Очевидно также, что в общем случае функция p_S зависит еще и от управления $\mathbf{u}$, т.е. имеет место зависимость $p_S(\mathbf{u}, \tau)$.

Графически это может быть представлено, например, в виде зависимостей $p_{S1}(\tau)$ для подсистемы Y_1 при трех фиксированных значениях $\mathbf{u}$ (рис. 2, *а*).

Аналогично зависимости $p_{S2}(\tau)$ при тех же фиксированных значениях $\mathbf{u}$ могут быть построены и для подсистемы Y_2 (рис. 2, *б*).

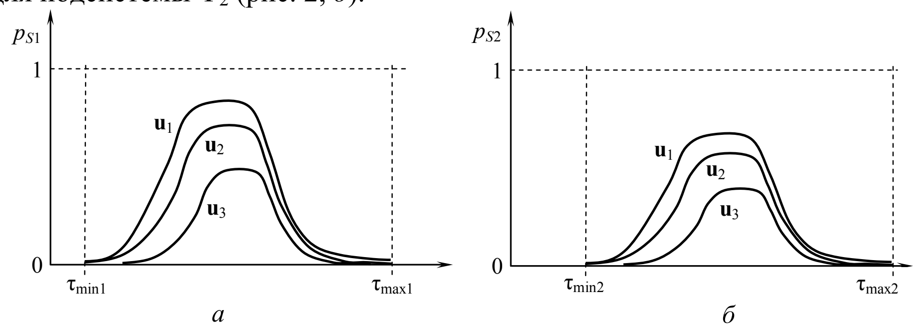

Рис. 2. Влияние управления $\mathbf{u}$ на ход кривых $p_{S1}(\mathbf{u}, \tau)$ и $p_{S2}(\mathbf{u}, \tau)$.

Совпадение событий в подсистемах Y_1 и Y_2 возможно, если интервалы $\tau_{\min}^{S_1} - \tau_{\max}^{S_1}$ и $\tau_{\min}^{S_2} - \tau_{\max}^{S_2}$ пересекаются хотя бы в одной точке. Так как события в разных подсистемах независимы, вероятность их попарного совпадения (синхронизации) в момент времени τ_1

$$P_{S_1 S_2}(\mathbf{u}, \tau_1) = p_{S_1}(\mathbf{u}, \tau_1) p_{S_2}(\mathbf{u}, \tau_1), \tag{5}$$

если точка τ_1 принадлежит обоим интервалам: $\tau_{\min}^{S_1} - \tau_{\max}^{S_1}$ и $\tau_{\min}^{S_2} - \tau_{\max}^{S_2}$.

Синхронизация событий в двух и более подсистемах не может быть гарантирована (с вероятностью 1) при любом управлении. Максимальная вероятность синхронизации определяется максимумом функции $P_{S_1 S_2}(\mathbf{u}, \tau_1)$, а оптимизация этой вероятности заключается в поиске такого $\mathbf{u}^*$, которое доставляет максимум выражению $P_{S_1 S_2}(\mathbf{u}, \tau_1)$ при любом $\tau \in (\tau_{\min}^{S_1} - \tau_{\max}^{S_1}) \cup (\tau_{\min}^{S_2} - \tau_{\max}^{S_2})$.

Литература

1. Крылов Е. Управление событиями в предприятии реального времени // http://www.real-time-enterprise.ru/technology/event/eventmanage2.html.
2. Крылов Е. Идентификация событий в модели // http://www.real-time-enterprise.ru/technology /event/.
3. Необходимость эффективного управления событиями // http://www.avsoft.ru/catalog/product/detail/ detail.php?SECTION_ID=141&PRODUCT_ID=&ID=3392.
4. Становский А.Л. Использование муар-эффекта при синхронизации событий / Становский А.Л., Лысенко Т.В. // Тр. Одес. политехн. ун-та. — 2006. — Вып. 1(25). — С. 114 — 118.
5. Системы управления событиями. Оценка METAspectrum^{SM} // http://www.hp.ru/openview/news_n_ articles /analytical_reports/metaspectrum/.
6. Смирнов Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. / Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. — М.: Наука, 1969. — 235 с.

Поступила в редакцию 19 июля 2007 г.