

УДК 621.86.065:539.38

І.М. Чаюн, д-р техн. наук, проф.,
 О.О. Пишняк, бакалавр,
 Одес. нац. політехн. ун-т

ПРУЖНО-ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕРІЗІВ ВИТИХ ДРОТЯНИХ ДЕТАЛЕЙ

І.М. Чаюн, О.А. Пишняк. Упруго-геометрические характеристики сечений витых проволочных деталей. Стальные детали, изготовленные из проволоки путем свивки, представляют сложные многократно статически неопределимые конструкции. Предлагается построение теории определения жесткостей сечений названных изделий с учетом сил трения между элементами. Проведены расчеты упруго-геометрических характеристик поперечных сечений каната.

I.M. Chayun, O.A. Pishnak. Resilient-geometrical descriptions of sections of twisted wire wares. The steel details made from wire by winding present complex repeatedly statically indefinable constructions. Construction of the theory for determining the rigidity of sections of the named wares, subject to friction forces between elements, is offered. Computations of resilient-geometrical descriptions of transversal sections of rope are conducted.

Сучасний рівень теорії дослідження деформівно-напруженого стану сталених канатів і взагалі витих дротяних деталей (броні каротажних кабелів, армируючих тросів зубчастих пасів і т.п.) зобов'язаний в першу чергу роботам [1, 2]. Канат досліджується як статично невизначувана стержнева система, елементами якої є шари дротин, окремі дротини, шари сталок та окремі сталки. В дослідженні розтягання і кручення приймається спрощення щодо ідеально рівномірного розподілу зусиль між дротинами або сталками одного концентричного шару. І тоді елементами виступають сукупності дротин (сталок) одного шару. Експерименти з визначення зусиль в окремих дротинах каната, а також визначення несучої здатності при зазначених схемах навантаження показують прийнятність такого спрощення [1, 3]. Але для підвищення точності розрахункової схеми, в тому числі і при розтяганні з крученням, слід враховувати реально можливу (існуючу) асиметрію розподілу зусиль між дротинами в кожному шарі, наприклад, нерівномірність натягу елементів при звиванні ще під час виготовлення каната, обриви дротин під час експлуатації і т. п.

При дослідженні схем навантаження каната зі згинанням спрощення щодо рівномірності розподілу зусиль неприйнятне, як неприйнятне і спрощення щодо відсутності сили тертя між елементами, яке приймається в роботі [4] (рис.1).

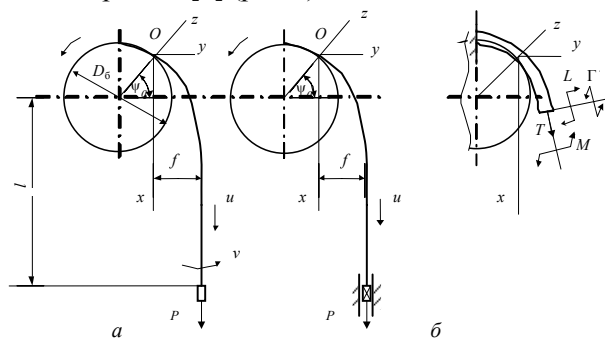


Рис. 1. Схема навантаження каната, навитого на барабан: вільно підвішеним вантажем (а), вантажем в напрямних (б)

Теоретичні залежності механіки деформування каната при згинанні надзвичайно громіздкі [2, 4]. Про це вказують самі автори. Так, щоб довести розв'язання задачі навіть для каната найпростішої конструкції 1+6 до чисельного результату у вигляді деформацій сталок, необхідно використати тисячі аналітичних виразів, що входять в систему рівнянь, розв'язання якої дасть

вказані деформації [2]. І це ще далеко не кінцевий результат, який має бути у вигляді деформацій дротин і напружень в них.

В багатьох дослідженнях використовуються узагальнені рівняння рівноваги Кірхгофа для тонких стержнів, метод сил, теорема Кастільяно [2, 4,]. Як зазначалось, це призводить до надзвичайно громіздких, до того ж ненадійних і тільки часткових рішень.

Результати можна отримати простішим шляхом, крім того, одержати загальні рішення, а не часткові, якщо спиратись не на теорему Кастільяно, а на теорему Лагранжа [5]: частинна похідна від потенційної енергії по будь-якому переміщенню дорівнює відповідній силі

$$\frac{\partial U}{\partial \Delta_i} = P_i. \quad (1)$$

Розвитком теореми Лагранжа (1) можна вважати твердження: жорсткісні характеристики каната представляють другу частинну похідну питомої потенційної енергії деформування по відповідній деформації [3].

На підставі сформульованого твердження можна одержати всі необхідні жорсткості поперечного перерізу будь-якої деталі з витого дроту. Узагальнюючи поняття, будемо їх називати за аналогією зі стержнями пружно-геометричними характеристиками перерізів каната [6]. Оперуючи такими характеристиками в дослідженні зовнішнього деформованого стану, канат можна ототожнювати зі стержнем і використовувати метод переміщень. Звичайно, переходячи до дослідження внутрішнього деформованого стану (тобто до деформацій окремих дротин), слід канат знову розглядати як стержневу систему.

Сформульовану теорію можна віднести до досить надійних енергетичних методів. Незалежно від порядку звивки, тобто в разі сталок з одинарною звивкою дротин, багатошарових проводів ЛЕП, броні каротажних кабелів для дослідження нафтових і газових свердловин, в разі канатів подвійного звивання, де попередньо звиті сталки звивають в канат, при потрібній звивці, будь-яка пружно-геометрична характеристика поперечного перерізу такої конструкції представляє другу частинну похідну від питомої потенційної енергії деформування по відповідній деформації конструкції (каната):

$$G_k = \frac{\partial^2 u}{\partial \Delta_k^2}, \quad G_{kj} = \frac{\partial^2 u}{\partial \Delta_k \partial \Delta_j}, \quad k = j = 1, 2, \dots, 4, \quad (2)$$

де G_k — поздовжня, крутна і дві згинальні жорсткості каната;

G_{kj} — жорсткості впливу: поздовжньо-крутна; поздовжньо-згинальні; згинально-крутні;

u — питома потенційна енергія деформування каната;

Δ_k, Δ_j — деформації каната: розтягання $\Delta_1 = \varepsilon$; кручення $\Delta_2 = \theta$; згинання в площині барабана $\Delta_3 = \chi$; згинання з площини барабана $\Delta_4 = \zeta$.

При пружному деформуванні питома потенційна енергія

$$u = \frac{1}{2} \sum_1^s \Lambda (\Phi_p e^2 + \Phi_t t^2 + \Phi_u (b^2 + n^2)), \quad (3)$$

де s — кількість елементів каната, тобто рівноцінних в геометричному, фізичному і силовому відношенні груп дротин;

$$\Lambda = \frac{m}{\cos \alpha_i \cos \beta_i};$$

m — кількість дротин в одній групі;

α та β — кути звивки дротин та сталок в разі каната подвійного звивання;

$\Phi_p = EA$, $\Phi_t = 2GI$, $\Phi_u = EI$ — поздовжня, крутна і згинальна жорсткості перерізу дротин;

e, t, b, n — поздовжня, крутна, згинальні деформації дротин.

Пружно-геометричні характеристики канатів і взагалі витих дротяних деталей, інакше кажучи їх жорсткості поперечних перерізів, на підставі загального змісту (2) з урахуванням питомої потенційної енергії (3) і деформацій дротин в канаті набувають вигляду:

$$G_{11} = \sum_1^S \Lambda (\Phi_p K_{e\zeta}^2 + \Phi_t K_{t\zeta}^2 + \Phi_u (K_{b\zeta}^2 + K_{n\zeta}^2)); \quad (4)$$

$$G_{22} = \sum_1^S \Lambda (\Phi_p K_{e\theta}^2 + \Phi_t K_{t\theta}^2 + \Phi_u (K_{b\theta}^2 + K_{n\theta}^2)); \quad (5)$$

$$G_{33} = \sum_1^S \Lambda (\Phi_p K_{e\chi}^2 + \Phi_t K_{t\chi}^2 + \Phi_u (K_{b\chi}^2 + K_{n\chi}^2)); \quad (6)$$

$$G_{12} = G_{21} = \sum_1^S \Lambda (\Phi_p K_{e\zeta} K_{e\theta} + \Phi_t K_{t\zeta} K_{t\theta} + \Phi_u (K_{b\zeta} K_{b\theta} + K_{n\zeta} K_{n\theta})); \quad (7)$$

$$G_{13} = G_{31} = \sum_1^S \Lambda (\Phi_p K_{e\zeta} K_{e\chi} + \Phi_t K_{t\zeta} K_{t\chi} + \Phi_u (K_{b\zeta} K_{b\chi} + K_{n\zeta} K_{n\chi})) \text{ і т.д.} \quad (8)$$

Аналіз виразів (4)...(8) показує, що їх можна узагальнити матричною формулою:

$$|\mathbf{G}| = \sum_1^S \Lambda_i |\mathbf{K}_i| |\mathbf{G}\mathbf{\Pi}_i| |\mathbf{K}_i|^T,$$

де $|\mathbf{K}_i|$ — матриця коефіцієнтів деформацій дротин в канаті [3];

$|\mathbf{G}\mathbf{\Pi}_i|$ — матриця внутрішньої жорсткості поперечних перерізів дротин i -го елемента:

$$|\mathbf{G}\mathbf{\Pi}_i| = \begin{vmatrix} \Phi_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_u \end{vmatrix}.$$

Тертя між дротинами при одинарній звивці, а також між сталками в разі подвійної звивки пропонується враховувати коефіцієнтами деформацій такого змісту:

$$K'_{eB} = v_{e\chi} r \cos^2 \alpha \cos \varphi; \quad (9)$$

$$K'_{eT} = v_{e\theta} r \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r - K_{\omega\theta} \operatorname{tg} \alpha); \quad (10)$$

$$\bar{K}_{e\chi} = \bar{v}_{e\chi} \bar{r} \cos^2 \beta \cos \gamma; \quad (11)$$

$$\bar{K}_{e\zeta} = \bar{v}_{e\theta} \bar{r} \cos^2 \beta \operatorname{tg} \beta (r - K_{\omega\theta} \operatorname{tg} \beta), \quad (12)$$

де $v_{e\chi} \leq 1$ — коефіцієнт, що враховує деформацію розтягання дротини, обумовлену тертям і деформацією згинання сталки в канаті;

$v_{e\theta} \leq 1$ — коефіцієнт, що враховує деформацію розтягання дротини, обумовлену тертям і деформацією кручення сталки в канаті.

Врахування тертя між елементами через зазначені коефіцієнти $v_{e\chi}$ і $v_{e\theta}$ набагато ефективніше і простіше методів [1, 2]. Спроби розв'язання задачі традиційним шляхом з використанням класичних коефіцієнтів тертя, як зазначалось, призводять до надзвичайно громіздких рішень і ненадійних результатів навіть при розгляді найбільш простих конструкцій канатів.

Обґрунтуванням переваг запропонованого шляху дослідження жорсткісних характеристик перерізу каната і взагалі дослідження механіки згинання каната вважаємо також ту обставину, що в будь-яких задачах, пов'язаних з тертям, не обходяться без використання експериментальних коефіцієнтів тертя. Класичні коефіцієнти тертя, звичайно, не враховують специфіку конта-

кту елементів в канаті, а тому стосовно механіки деформування каната можуть дати тільки доволі наближені результати [7]. Намагання змодельовати більш відповідні умови контакту для знаходження коефіцієнтів тертя між елементами каната приведе до значно більшої трудомісткості, ніж визначення коефіцієнтів $\nu_{e\chi}$ і $\nu_{e\theta}$ в (9)...(12).

Розглянемо зміст і методику визначення $\nu_{e\chi}$, виходячи з механіки деформування натягнутого каната при набіганні на барабан.

Зазначену механіку легко уявити, починаючи з вихідного положення прямолінійного натягнутого стану каната, в якому між елементами буде тертя спокою. Сила тертя спокою забезпечує спільність деформацій при розтяганні зі згинанням, тобто в такому стані можна вважати прийнятною гіпотезу плоских перерізів. Цей стан буде продовжуватись до деякої граничної кривизни, зростання якої обумовлюється набіганням каната на барабан.

В такому стані сила тертя $F_{\text{ТР}}$ буде пропорційною силі притискання $P_{\text{П}}$, пов'язаній з натягом каната (рис. 2). Внаслідок згинання каната в зоні контакту елементів з'являється зсуваюча сила F_3 . Її фізичний зміст однаковий незалежно від конструкції каната:

$$F_3 = \nu_{e\chi} \chi r EA \cos^2 \alpha \cos \varphi, \quad (13)$$

де χ — кривизна згинання в даному перерізі каната;
 r — радіус шару дротин;
 EA — поздовжня жорсткість дротини.

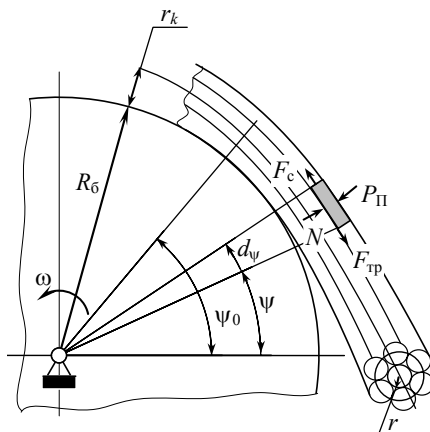


Рис. 2. Механіка тертя між дротинами при згинанні натягнутого каната

Тертя спокою буде зберігатись до граничного значення кривизни χ_{Γ} . При кривизні $\chi \geq \chi_{\Gamma}$ тертя спокою перейде в тертя ковзання (тертя руху), тобто настане рівність між граничною зсуваючою силою $F_{3\Gamma}$ і силою тертя

$$F_{3\Gamma} = \nu_{e\chi} \chi_{\Gamma} r EA \cos^2 \alpha \cos \varphi = F_{\text{ТР}}. \quad (14)$$

При подальшому збільшенні кривизни згинання, тобто при $\chi > \chi_{\Gamma}$, зростання деформації розтягання дротини припиняється, але досягнутий рівень $F_{3\Gamma}$ (14) зберігається. Переріз дротини в цьому стані переміщається уже не за рахунок її деформації, а шляхом зміщення (руху) з такою інтенсивністю

$$C = (1 - \nu_{e\chi}) \chi r \cos^2 \alpha \cos \varphi,$$

де $\chi > \chi_{\Gamma}$.

Повернемося до коефіцієнта $\nu_{e\chi}$. Його вираз одержимо на основі (13)

$$v_{e\chi} = \frac{F_3}{\chi r E A \cos^2 \alpha \cos \varphi} = \frac{\varepsilon_{p3} R}{r \cos^2 \alpha \cos \varphi},$$

де ε_{p3} — експериментально визначена деформація розтягання дротини в канаті внаслідок його згинання при радіусі кривизни R :

$$R = 0,5d(\bar{D} + 1); \bar{D} = D/d;$$

d — діаметр каната;

D — діаметр блока (барабана).

Для експериментального визначення ε_{p3} користувалися електротензометричними дослідженнями [8, 9]. Обробка результатів даних дослідів показала, що при кривизнах згинання $\chi = 0,013 \dots 0,08$ (відповідно $\bar{D} = 25 \dots 44$) канатів одинарної звивки конструкції 1+6+12, натягнутих до рівня умовного середнього напруження $\sigma_{CP} = 270 \dots 350$ МПа, коефіцієнт $v_{e\chi}$, визначений за (9), знаходиться в інтервалі 0,057...0,011. В межах даних, отриманих на основі експериментів [8, 9], залежність $v_{e\chi}(\sigma_{CP})$ можна вважати близькою до лінійної:

$$v_{e\chi} = v_{e\chi 0} + K(\sigma_{CP} - 20),$$

де $v_{e\chi 0} = 0,0146 \dots 0,0152$;

K — коефіцієнт, що залежить від кривизни згинання, $K = (0,85 \dots 1,55) \cdot 10^{-4}$ при $\chi = 0,0075 \dots 0,013$.

При досить малих кривизнах, які мають місце, наприклад, від згинання сталок в канатах подвійної звивки при вільному розтяганні або крученні прямого натягнутого каната, коефіцієнти $v_{e\chi}$ значно більші. Їх величини можна оцінити на основі експериментальних досліджень згинальної жорсткості канатів [10].

Для ілюстрації чисельного визначення пружно-геометричних характеристик поперечних перерізів витих дротяних деталей за формулами (4)...(8) візьмемо канат одинарної звивки діаметром 5,15 мм конструкції 1/1,15 + 6/1 + 12/1 з кутами звивки $\alpha_2 = 16,75^\circ$, $\alpha_3 = 16,16^\circ$ при $v_{e\chi 2} = 0,04$; $v_{e\chi 3} = 0,02$.

Канат розглянемо при двох станах перерізу (див. таблицю):

— ідеально симетричний;

— асиметричний внаслідок послаблення звивального натягу трьох дротин в зовнішньому шарі або їх обриву з координатами $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$.

В таблиці наведено результати розрахунку пружно-геометричних характеристик окремих дротин з зовнішнього шару, їх положення в шарі визначається кутом φ . Далі в таблиці наведено пружно-геометричні характеристики поперечного перерізу каната в двох станах.

Як видно з таблиці, канат в стані 1, тобто з ідеально симетричним перерізом, має нульові значення жорсткостей впливу G_{13} ; G_{14} ; G_{23} ; G_{24} ; G_{34} . В стані 2 всі ці жорсткості (пружно-геометричні характеристики) суттєво відрізняються від нуля. Це означає, що навіть при розтяганні каната в напрямних, крім природної поздовжньої деформації ε буде деформація кручення θ та згинання χ і ζ . Останні деформації χ і ζ аналогічні за механічним змістом деформаціям при нецентровому розтяганні прямого стержня.

Пружно-геометричні характеристики каната конструкції 1+6+12, $G \cdot 10^{-4}$

Кут φ дротин зовніш- нього шару	G_{11} , Н	G_{22} , Н·мм ²	G_{12} , Н·мм	G_{33} , Н·мм ²	G_{44} , Н·мм ²	G_{13} , Н·мм	G_{14} , Н·мм	G_{23} , Н·мм ²	G_{24} , Н·мм ²	G_{34} , Н·мм ²
	Жорсткості окремих дротин зовнішнього шару каната в стані 2									
0°	13,38	5,79	8,11	0,8441	1,094	0,5276	0	0,4081	0	0

30°	13,38	5,79	8,11	0,9067	1,032	0,457	0,269	0,353	0,5475	-0,281
150°	13,38	5,79	8,11	0,9067	1,032	-0,457	0,269	-0,353	0,5475	0,281
	Канат в стані 1									
	260,6	84,62	123,13	19,16	19,16	0	0	0	0	0
	Канат в стані 2									
	220,5	69,8	98,75	19,11	19,14	-1,34	-0,77	-0,814	-0,469	-0,021

Таким чином, використання запропонованих пружно-геометричних характеристик дозволяє зовнішню механіку деформування канатів і подібних деталей із витих дротин розглядати як деформування стержнів з відповідними властивостями, що корисно спрощує розрахункові схеми при високому рівні їх точності.

Література

1. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты. — К.: Техніка, 1966. — 325 с.
2. Сергеев С.Т. Стальные канаты. — К.: Техніка, 1974. — 325 с.
3. Чаюн И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.
4. Глушко М.Ф. Статика изогнутого каната // Стал. канаты. Вып. 6. — К.: Техніка, 1969. — С. 5 — 19.
5. Писаренко Г.С. Опір матеріалів: Підруч. / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський. — К.: Вища шк., 2004. — 655 с.
6. Биргер И.А. Сопротивление материалов / Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. — М.: Наука, 1986. — 560 с.
7. Крагельский И.В. Узлы трения машин / Крагельский И.В., Михин Н.М. — М.: Машиностроение, 1984 — 280 с.
8. Никитин И.Ф. Распределение напряжений в канате при пробегании его по блоку // Стал. канаты. Вып. 3 — К.: Техніка, 1966. — С. 130 — 139.
9. Никитин И.Ф. Дополнительные усилия при переходе каната из прямого в изогнутый // Стал. канаты. Вып. 4. — К.: Техніка, 1967. — С. 81 — 85.
10. Самарский А.Ф. Зависимость жесткости стальных канатов при изгибе от осевой растягивающей загрузки / Самарский А.Ф., Приходько В.М. // Стал. канаты. Вып. 4. — К.: Техніка, 1967. — С. 136 — 138.

Надійшла до редакції 23 квітня 2007 р.