

новлено, що при збільшенні жорсткості резання границі областей неустойчивості пружної системи станка розширюються. Это означает, что для возникновения параметрического резонанса при прерывистом шлифовании необходима некоторая, достаточно большая, относительная глубина пульсации жесткости пружной системы.

Ключевые слова: прерывистое шлифование, параметрический резонанс, упругая система станка, условие неустойчивости.

A.V. Usov, A.A. Yakimov. Parametric resonances arising from the piecewise constant excitation of elastic system of the grinding machine. The aim of the research is to identify communication parametric stability of elastic system of the machine with the geometrical parameters of the working surface of the grinding wheel intermittent, which include the number of projections on abrasive tool and discontinuity factor numerically equal to the ratio of the width to the length of the depression cutting projection. The dynamics of grinding wheels with intermittent work surfaces and identified conditions of parametric resonance. Found that increasing the rigidity of cutting the boundaries of the elastic instability of the machine are expanding. This means that for the occurrence of parametric resonance with intermittent grinding must be a large enough relative depth ripple elastic stiffness of the system.

Keywords: intermittent grinding, parametric resonance, elastic machine system, the condition of instability.

Рецензент д-р. техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Лебедев В.Г.

Поступила в редакцию 15 апреля 2014 г.

УДК 539.3: 622.245.42

І.П. Шацький, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб.,
Ів.-Франків. відділ Ін-ту прикл. проблем механіки
і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України,
Я.С. Білецький, канд. техн. наук, доц.,
І.І. Витвицький, магістр,
Ів.-Франків. нац. техн. ун-т нафти і газу

ДВОБІЧНІ ОЦІНКИ ЖОРСТКОСТІ І МІЦНОСТІ ЦЕНТРАТОРА ОБСАДНОЇ КОЛОНИ

Вступ. Незважаючи на широкий спектр інженерних рішень, спрямованих на підвищення надійності кріплення свердловин, проблема центрування обсадної колони на сьогодні залишається актуальною для нафтогазової галузі, особливо у зв'язку із зростаючими обсягами скерованого та горизонтального буріння. Обладнання колони центрувальними пристроями покликане сприяти її рівновіддаленості від стінок свердловини і тим самим підвищувати якість цементування затрубного простору задля покращення герметичності труби та усунення міжпластових перетоків газу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Найбільш уживаними у практиці буріння вертикальних та похило спрямованих свердловин є типові [1] та новітні [2] конструкції пружних стержневих центраторів "ліхтарного" типу. Виборі конкретних варіантів конструкцій та стратегії розстановки центраторів по довжині колони у свердловині заданого профілю повинен передувати аналіз їхніх жорсткісних та міцнісних характеристик на базі науково обґрунтованої методики розрахунку.

Мета дослідження. У статті розглядаються теоретичні аспекти моделювання взаємодії центрувальних пристроїв обсадної труби зі стінкою свердловини. Метою роботи є розробка ін-

DOI: 10.15276/opr.1.43.2014.12

© І.П. Шацький, Я.С. Білецький, І.І. Витвицький, 2014

женерної методики оцінювання характеристик жорсткості та міцності центраторів та дослідження впливу їх конструктивних особливостей (способу закріплення) на показники центрування.

Викладення основного матеріалу. Нехай обсадна труба (колона) перед спуском обладнана центратором, який складається із циклічної системи дугоподібних стержнів, змонтованих на спільних кільцях, що обхоплюють трубу. Розглянемо контактну взаємодію днієї ланки центратора із стінкою свердловини. Ступінь притискання колони до стінки вважається таким, що дозволяє розглядати контакти серединної ділянки центратора зі стінкою свердловини, а його кінців з трубою як точкові із зосередженими контактними реакціями. Профіль стержня вважаємо дугоподібним, а його поперечний переріз, для прикладу, прийmemo прямокутним ($b \times h$). Нехай задано зближення труби зі стінкою (Δ) або притискна сила (P). Досліджуємо вплив умов закріплення (рухома схема (рис. 1, а) та нерухома схема (рис. 1, б) на напружено-деформований стан стержня.

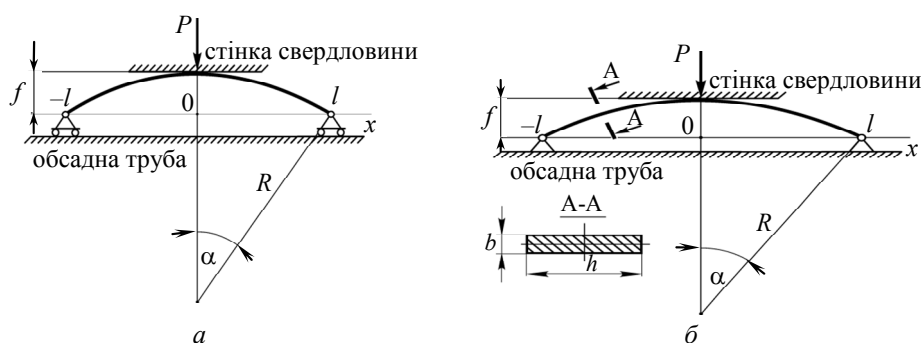


Рис. 1. Схеми взаємодії дугоподібного стержня з обсадною колоною та стінкою свердловини: аксіально рухоме (а), та аксіально нерухоме закріплення (б)

Для моделювання робочої ланки центратора використовується класична лінійна теорія криволінійних стержнів. Стержень вважаємо пологим. При цьому нехтуємо величинами $O(f/l)^2$ та $O(h/f)^2$ порівняно з одиницею (f — стріла підйому, $2l$ — довжина проекції стержня на вісь абсцис). З нерівності $(f/l)^2 \ll 1$, випливає, що $1/R \approx 2f/l^2$, $\alpha \approx 2f/l$. У свою чергу, це означає, що для пологого стержня параболічний, коловий чи циклоїдний профілі приймаються ідентичними і описуються дугоподібною кривою зі сталою малою кривиною.

Фізичні припущення трактують стержень як нерозтяжний уздовж криволінійної осі та пружний щодо згину. Обсадна труба та стінка свердловини порівняно зі стержнем вважаються абсолютно жорсткими.

Запишемо ключові рівняння моделі:

— рівняння рівноваги

$$\frac{dN}{dx} = 0, \quad \frac{dQ}{dx} + \frac{N}{R} = -P\delta(x), \quad \frac{dM}{dx} - Q = 0, \quad x \in (-l, l); \quad (1)$$

— фізичні співвідношення

$$\frac{du}{dx} + \frac{w}{R} = 0, \quad M = EJ \frac{d^2w}{dx^2}, \quad x \in (-l, l), \quad (2)$$

- де N — осьова сила;
 Q — поперечна сила;
 M — згинальний момент;
 EJ — жорсткість стержня на згин;
 u — тангенціальне переміщення;
 w — прогин стержня;
 x — координата;

$\delta(x)$ — функція Дірака.

Крайові умови шарнірного опирання та точкової взаємодії зі стінкою свердловини мають вигляд:

— для рухомої схеми (рис. 1, *a*)

$$N(\pm l) \mp Q(\pm l)\alpha = 0, \quad w(\pm l) \mp u(\pm l)\alpha = 0, \quad M(\pm l) = 0, \quad w(0) = -\Delta; \quad (3)$$

— для нерухомої схеми (рис. 1, *б*)

$$u(\pm l) = 0, \quad w(\pm l) = 0, \quad M(\pm l) = 0, \quad w(0) = -\Delta. \quad (4)$$

Загальний розв'язок рівнянь (1), (2) з урахуванням симетрії відносно початку координат подамо у вигляді

$$N(x) = N = \text{const}, \quad Q(x) = -\frac{N}{R} \frac{x}{1!} - \frac{P}{2} \text{sgn}x, \quad M(x) = M_0 - \frac{N}{R} \frac{x^2}{2!} - \frac{P}{2} |x|,$$

$$w(x) = w_0 + \frac{1}{EJ} \left(M_0 \frac{x^2}{2!} - \frac{N}{R} \frac{x^4}{4!} - \frac{P}{2} \frac{|x|^3}{3!} \right), \quad u(x) = -\frac{w_0}{R} x - \frac{1}{EJR} \left(M_0 \frac{x^3}{3!} - \frac{N}{R} \frac{x^5}{5!} - \frac{P}{2} \frac{|x|^3 x}{4!} \right).$$

Невідомі сталі N , M_0 , w_0 та лінійний зв'язок між P і Δ знаходимо з крайових умов (3) або (4).

Нехтуючи величинами другого порядку малості проти одиниці, запишемо остаточні результати.

Розв'язок крайової задачі (1)...(3) має вигляд

$$N(x) = -P \frac{f}{l}, \quad Q(x) = -\frac{P}{2} \text{sgn}x, \quad M(x) = \frac{Pl}{2} \left(1 - \frac{|x|}{1!l} \right), \quad (5)$$

$$w(x) = -\Delta + \frac{Pl^3}{2EJ} \left(\frac{x^2}{2!l^2} - \frac{|x|^3}{3!l^3} \right), \quad u(x) = \frac{2f}{l} \left(\Delta \frac{x}{1!l} - \frac{Pl^3}{2EJ} \left(\frac{x^3}{3!l^3} - \frac{|x|^3 x}{4!l^4} \right) \right),$$

$$P = 6 \frac{EJ}{l^3} \Delta. \quad (6)$$

Розв'язок крайової задачі (1), (2), (4) такий:

$$N(x) = -\frac{25}{64} P \frac{l}{f}, \quad Q(x) = \frac{P}{2} \left(\frac{25}{16} \frac{x}{1!l} - \text{sgn}x \right), \quad M(x) = \frac{Pl}{2} \left(\frac{7}{32} + \frac{25}{16} \frac{x^2}{2!l^2} - \frac{|x|}{1!l} \right),$$

$$w(x) = -\Delta + \frac{Pl^3}{2EJ} \left(\frac{7}{32} \frac{x^2}{2!l^2} + \frac{25}{16} \frac{x^4}{4!l^4} - \frac{|x|^3}{3!l^3} \right), \quad (7)$$

$$u(x) = \frac{2f}{l} \left(\Delta \frac{x}{1!l} - \frac{Pl^3}{2EJ} \left(\frac{7}{32} \frac{x^3}{3!l^3} + \frac{25}{16} \frac{x^5}{5!l^5} - \frac{|x|^3 x}{4!l^4} \right) \right),$$

$$P = 256 \frac{EJ}{l^3} \Delta. \quad (8)$$

Несучу здатність конструкції для обох варіантів закріплення оцінювали за першою теорією міцності

$$\max_x \sigma_{eq} \leq [\sigma], \quad \sigma_{eq} = \left| \pm \frac{Mh}{2J} + \frac{N}{F} \right|, \quad (9)$$

де $[\sigma]$ — допустиме напруження для матеріалу стержня;

$F = bh$ — площа його попереччя.

Порівняємо жорсткості конструкцій. Формули (6) та (8) можна подати у вигляді $P = C_i \Delta$,

де $C_1 = 6 \frac{EJ}{l^3} = \frac{1}{2} Eb \left(\frac{h}{l} \right)^3$ для схеми *a* та $C_2 = 256 \frac{EJ}{l^3} = \frac{64}{3} Eb \left(\frac{h}{l} \right)^3$ для схеми *б*. Отож, заборона

взаємного переміщення опор вздовж труби збільшує радіальну жорсткість центратора в $256/6 \approx 43$ рази.

Аналіз результатів (5), (7) та (9), проведений при $f/l = 0,1$, $h/l = 0,024$ (рис. 2), показує, що небезпечним є окіл точки $x = 0$.

З прийнятою в роботі точністю виражаємо оцінки допустимих сил притискання P чи радіальних переміщень Δ :

— для рухомої схеми (рис. 1, а)

$$P \leq P_1 = \frac{1}{3} \frac{[\sigma]bh^2}{l},$$

$$\Delta \leq \Delta_1 = \frac{2}{3} \frac{[\sigma]l^2}{Eh};$$
(10)

— для нерухомої схеми (рис. 1, б)

$$P \leq P_2 = \frac{64}{42 + 25 \frac{h}{f}} \frac{[\sigma]bh^2}{l},$$

$$\Delta \leq \Delta_2 = \frac{3}{42 + 25 \frac{h}{f}} \frac{[\sigma]l^2}{Eh}.$$
(11)

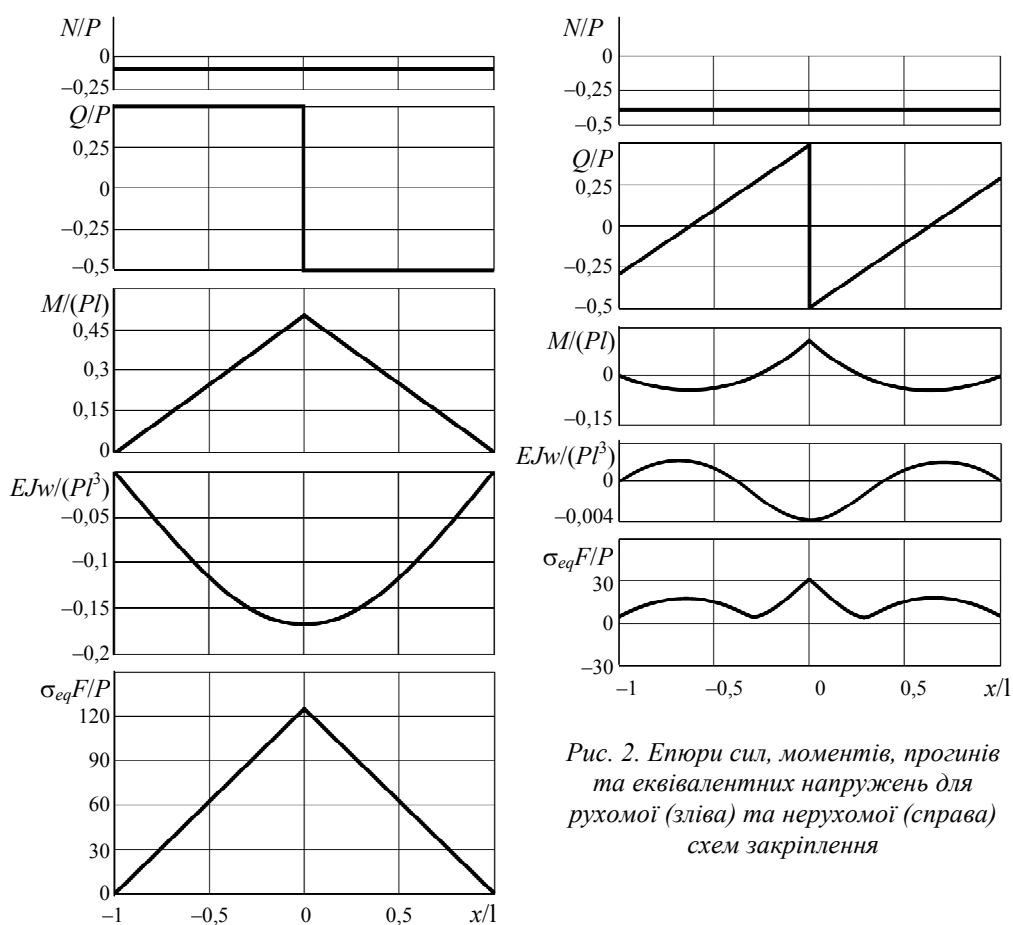


Рис. 2. Епюри сил, моментів, прогинів та еквівалентних напружень для рухомої (зліва) та нерухомої (справа) схем закріплення

Порівняємо результати (10) та (11)

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{192}{42 + 25 \frac{h}{f}} \approx 4, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \frac{9}{2 \left(42 + 25 \frac{h}{f} \right)} \approx 0,1.$$

Отже, жорстко закріплена конструкція є вчетверо міцнішою від аксіально рухомої конструкції за допустимою силою, та вдесятеро слабшою за допустимим переміщенням.

Наостанок дослідимо умови, за яких контакт зі стінкою свердловини буде точковим. Для цього необхідно, щоби серединна лінія стержня була опуклою в околі точки $x = 0$ і після деформації

$$\frac{1}{R} - \frac{d^2 w}{dx^2} \geq 0.$$

Звідси маємо обмеження на переміщення

$$\Delta \leq \Delta_i^{\text{пр}},$$

$$\text{де } \Delta_1^{\text{пр}} = \frac{2}{3} f, \quad \Delta_2^{\text{пр}} = \frac{f}{14}, \quad (12)$$

відповідно для рухомої та нерухомої схем.

Нерівності $\Delta_i^{\text{пр}} < \Delta_i$ гарантують пружну роботу конструкції за умови точкового контакту. Конкретизуємо їх з урахуванням результатів (10)...(12):

— для схеми *a*

$$\frac{hf}{l^2} < \frac{[\sigma]}{E} \approx 10^{-3},$$

— для схеми *б*

$$\frac{hf}{l^2} < \frac{1}{1 + \frac{25}{42} \frac{h}{f}} \frac{[\sigma]}{E}.$$

З огляду на мале h/f отримані оцінки мало відрізняються.

Результати. На підставі розв'язків сформульованих контактних задач встановлено аналітичні залежності між притисною силою та взаємним зближенням колони і стінки свердловини, які характеризують радіальну жорсткість центратора, а також вирази для максимальних напружень, які призначені для оцінювання його міцності. Значний вплив на вказані характеристики має спосіб закріплення стержня вздовж осі труби, зокрема вирішальними є наявність чи відсутність свободи взаємного переміщення кінців стержня в аксіальному напрямку. Для цих двох випадків отримано прості інженерні формули, які виступають двобічними оцінками жорсткості та міцності реальних конструкцій центрувальних пристроїв. Крім того, встановлено умови коректності поставлених задач, а саме нерівності, що забезпечують існування точкової області контакту.

Висновки. Розроблену інженерну методику оцінювання характеристик жорсткості та міцності центраторів, що дає можливість дослідження впливу їх конструктивних особливостей на показники центрування, доцільно розповсюдити на просторові схеми деформування центратора як зв'язної стержневої системи.

Література

1. Фриз, І.М. Центратори для обсадних труб / І.М. Фриз.— К.: Інтерпрес ЛТД, 2003. — 43 с.
2. Пат. 53679 У Україна, МПК (2006.01) E21B 17/08. Самоорієнтований центратор для обсадних колон вертикальних і похило скерованих свердловин / Я.С. Білецький, М.С. Білецький, Я.С. Коццулич та ін. — № u201005438; заявл. 05.05.2010 ; опубл. 11.10.2010, Бюл. № 19.

References

1. Fryz, I.M. Tsentratory dlia obsadnykh trub [Centralizers for casing pipes] / I.M. Fryz.— Kyiv, 2003. — 43 p.
2. Pat. 53679 U Ukraina, MPK (2006.01) E21B 17/08. Samoorientovanyi tsentrator dlia obsadnykh kolon vertykalnykh i pokhlylo skerovanykh sverdlovyh [Pat.53679 U Ukraine, IPC (2006.01) E21B 17/08. Self-aligning centralizer for casings of vertical and inclined wells] / Biletskyi Ya.S., Biletskyi M.S., Kotskulych Ya.S. and others — # u201005438; zaiavl. 05.05.2010; opubl. 11.10.2010, Biul. # 19. [appl. 05.05.2010; publ. 11.10.2010. Bull. #19]

АНОТАЦІЯ / ANNOTAZIYA / ABSTRACT

І.П. Шацький, Я.С. Білецький, І.І. Витвицький. Двобічні оцінки жорсткості і міцності центратора обсадної колони. Розглядається проблема взаємодії пружних стержневих центраторів обсадної труби зі стінкою свердловини. Переслідуються мета вивчити вплив аксіальної рухливості кінців центратора на параметри його жорсткості і міцності. Знання цих характеристик необхідне для оцінювання прохідності колони і якості закінчування свердловин. Для моделювання робочої ланки центратора використовується класична лінійна теорія пологих стрижнів. Фізично стрижень розглядається як нерозтяжний уздовж осі та пружний щодо згину. Досліджено напружено-деформований стан дугоподібного стержня з різними варіантами закріплення за умов точкового контакту. Встановлено аналітичні залежності між контактною силою і взаємним зближенням колони і стінки свердловини, а також вирази для еквівалентних напружень. Значний вплив на ці характеристики має спосіб закріплення стрижня вздовж осі труби, зокрема, вирішальним є факт наявності чи відсутності свободи взаємного переміщення кінців стрижня в аксіальному напрямку. Отримано інженерні формули, які виступають двобічними оцінками жорсткості і міцності реальних конструкцій центральних пристроїв.

Ключові слова: центратор обсадної колони, жорсткість, міцність.

И.П. Шацкий, Я.С. Билецкий, И.И. Витвицкий. Двусторонние оценки жесткости и прочности центратора обсадной колонны. Рассматривается проблема взаимодействия упругих стержневых центраторов обсадной трубы со стенкой скважины. Преследуется цель изучить влияние аксиальной подвижности концов центратора на параметры его жесткости и прочности. Знание этих характеристик необходимо для оценки проходимости колонны и качества заканчивания скважин. Для моделирования рабочего звена центратора используется классическая линейная теория пологих стержней. Физически стержень принимается нерастяжимым вдоль оси и упругим на изгиб. Исследовано напряженно-деформированное состояние дугообразного стержня с различными вариантами закрепления в условиях точечного контакта. Установлены аналитические зависимости между контактным усилием и взаимным сближением колонны и стенки скважины, а также выражения для эквивалентных напряжений. Значительное влияние на эти характеристики оказывает способ закрепления стержня вдоль оси трубы, в частности, решающим является факт наличия или отсутствия взаимного перемещения концов стержня в аксиальном направлении. Получены инженерные формулы, выступающие двусторонними оценками жесткости и прочности реальных конструкций центрирующих устройств.

Ключевые слова: центратор обсадной колонны, жесткость, прочность

I.P. Shatskyi, Ya.S. Biletskyi, I.I. Vytvytskyi. Two-side estimates of rigidity and strength of casing centralizer. The problem of the interaction of elastic rod casing centralizers with the wellbore wall is considered. The paper aims at studying the influence of the axial mobility of the centralizer's ends on the parameters of its rigidity and strength. These characteristics are necessary to assess the possibility of the casing string and quality of well completions. Classical linear theory of shallow rods is used to model operating link of the centralizer. Physically the rod is taken for inextensible along the axis and elastic for bending. The stress-strained state of the arcuate rod with various fastening options in the conditions of point contact is studied. Analytical dependences between the contact force and the mutual convergence of the casing string and the borehole wall, as well as formula for the equivalent stress are determined. A way of fastening the rod along the axis of the pipe significantly affects these characteristics, in particular, presence or absence of reciprocal displacements of the ends of the rod in the axial direction. The engineering formulas of two-side estimations of rigidity and strength of real centralizers' designs are obtained.

Keywords: casing centralizer, rigidity, strength.

Рецензент д-р техн. наук. проф. Одес. нац. політехн. ун-ту Сур'янінов М.Г.

Надійшла до редакції 14 квітня 2014 р.