ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

UDC 621.396.969.3

V.A. Averochkin, Ph.D. Eng.,
A.V. Troyanskiy. Ph.D. Eng.,
Odes. Nat. Polytechn. Un-ty.

THE HOTELLING DETECTOR USING QUADRATURE CHANNELS DECORRELATION

Introduction. The probability index of false alarm and its stability under varying and unknown interference environment represent important characteristics of radar detection systems. Presently, the problem of false alarm probability stabilization is solved, as a rule, using intellectual capacities of the human operator. However, the automated detection systems introduction does imply an urgent task of developing and implementing detection algorithms, providing the false alarm probability stabilization under conditions of a priori unknown interference environment without human operator involving.

Analysis of recent researches and publications. In the context of Gaussian noise when a priori unknown covariance properties, the false alarm probability stabilization problem can be solved using the Hotelling's resolving statistics [1]

$$T^2 = X^T \hat{B}_X^{-1} X \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T_0^2, \tag{1}$$

where $X^T = [X_I^T \ \vdots \ X_Q^T]$ — $2N$ -parametric bloc vector, formed with the counting of input signals' quadrature components X_I and X_Q at N adjoining reiteration periods;

$\hat{B}_X = m^{-1}\sum_{i=1}^{m} X_i X_i^T$ — evaluation of unknown noise covariance matrix

$B_X = \begin{bmatrix} B_{X11} & \vdots & B_{X12} \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ B_{X21} & \vdots & B_{X22} \end{bmatrix}$, obtained from m training vectors X_i $(i = 1 \ldots m)$ of input signals' quadrature components' counting;

T_0^2 — threshold providing the required value of false alarm probability F .

On the basis of conditional probability distribution density of statistics (1) given at [1], we can obtain ratio of the false alarm probability F of and correct detection D when the detector using the resolving statistics (1)

$$F = 1 - B\left(N, \frac{m+1}{2} - N, \frac{T_0^2}{m+T_0^2}\right) \Big/ B\left(N, \frac{m+1}{2} - N\right),$$

$$D = 1 - \frac{e^{-\frac{\lambda}{2}}}{B\left(N, \frac{m+1}{2} - N\right)} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^r}{r!} B\left(N + r, \frac{m+1}{2} - N, \frac{T_0^2}{m+T_0^2}\right),$$

DOI: 10.15276/opu.1.43.2014.38

© V.A. Averochkin, A.V. Troyanskiy, 2014

 ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

where $\lambda = S^T B_X^{-1} S$;

$S^T = [I_S^T \;\vdots\; Q_S^T]$ — detected signal quadrature components' vector;

$B(p,q) = \Gamma(p)\Gamma(q) / \Gamma(p+q)$ — beta-function;

$\Gamma(q)$ — gamma-function;

$B(p,q,k) = \int_0^k x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx$ — incomplete beta-function.

Thus, the potential false alarm and correct detection probabilities implemented when the interference parameters are known, may be derived from the relations given at [2]

$$F = \Gamma\left(N, \frac{T_0^2}{2}\right) \Big/ \Gamma(N),$$

$$D = \frac{e^{-\frac{\lambda}{2}}}{\sqrt{\pi}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(2\lambda)^r}{(2r)!} \cdot \frac{\Gamma(r+0,5)}{\Gamma(r+N)} \cdot \Gamma\left(N+r, \frac{T_0^2}{2}\right),$$

where $\Gamma(m,n) = \int_n^\infty x^{m-1} e^{-x} dx$ — incomplete gamma-function.

Increasing the rate of adaptive detectors' characteristics convergence, — and in particular, case of detector using statistics (1), — to the potential values can be achieved using a priori information about the interference covariance matrix structure at the stage of processing algorithms' synthesis. For example, the source [3] exposes that under the conditions of stationary noise and probing signals repetition constant period, there exist processing matrixes independent of the interference covariance properties, providing decorrelation, and in the case of Gaussian noise , also the independence of quadrature channels signals.

This research goal is to find matrixes which guarantee quadrature channels' signals decorrelation, at the same time that to develop on the basis of proposed adaptive detectors' structural schemes changes, the detection characteristics tending to potential values reaching.

Main research description. The considered processing matrixes class include the matrix

$$W = \begin{bmatrix} I & \vdots & J \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ -J & \vdots & I \end{bmatrix}, \tag{2}$$

where I — the unit matrix of dimensions $(N \times N)$;

J — is a matrix of dimensions $(N \times N)$, where all components of lateral diagonal are equal to one unit, and all others are equal to zero.

Applying to vector X the transformation W, we get vector $Y^T = (WX)^T = [Y_I^T \;\vdots\; Y_Q^T]$, which covariance matrix, considering equations $B_{X11} = B_{X22}$ and $B_{X12} = -B_{X21}$, has bloc-diagonal character being therefore defined with the expression

$$B_Y = \begin{bmatrix} 2\left(B_{X11} - JB_{X12}\right) & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & 2\left(B_{X11} - JB_{X12}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{Y11} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & B_{Y11} \end{bmatrix}.$$

Taking into account that matrix B_Y^{-1}, represents this one reciprocal to matrix B_Y, this matrix also is a bloc-diagonal one [4]

$$B_Y^{-1} = \begin{bmatrix} B_{Y11}^{-1} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & B_{Y11}^{-1} \end{bmatrix},$$

the resolving statistics (1) upon effecting the W transformation, can be represented as

$$T^2 = Y^T \hat{B}_Y^{-1} Y = Y_I + Y_Q^T \hat{B}_{Y11}^{-1} Y_Q \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T_0^2, \quad (3)$$

where $\hat{B}_{Y11}$ — evaluation of covariance matrix B_{Y11}.

Evidently, we can observe that Gaussian interference influencing, the maximum probabilistic evaluation of B_{Y11} matrix is determined with the correlation

$$\hat{B}_{Y11} = \frac{1}{2m}\left(\sum_{i=1}^{m} Y_{Ii}^T Y_{Ii} + \sum_{i=1}^{m} Y_{Qi}^T Y_{Qi}\right), \quad (4)$$

where $\hat{B}_{YI} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_{Ii}^T Y_{Ii}$, $\hat{B}_{YQ} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_{Qi}^T Y_{Qi}$ — evaluations of covariance matrixes at every quadrature channel.

Results obtained. In accordance with (2), (3) and (4) obtained is a block diagram (shown at Fig. 1) of the Hotelling resolving statistics shaper with quadrature channels' signals decorrelation at $N = 4$ where 1, 2, 3 — heterodyne phase 90° shifter and generator quadrature components mixer respectively; 4 — delay line for 3Тп, Тп — the probing signals repetition period; 5, 6 — the addition and subtraction devices, respectively ; 7 — device for estimation of covariance matrices; 8 — device forming resolving statistics terms (3).

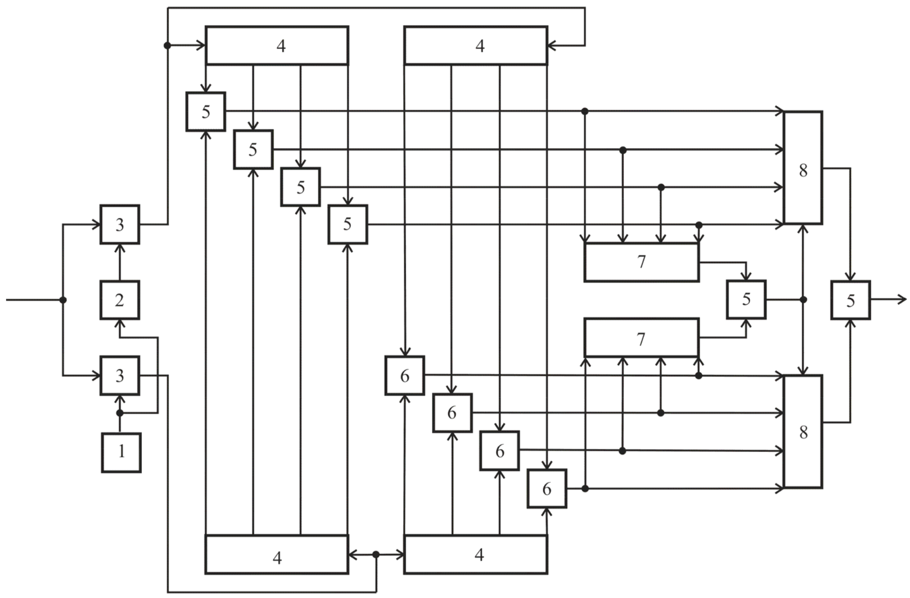

Fig.1. Hotelling statistics shaper with quadrature components signals decorrelation

Fig. 2 shows the detection procedures characteristics while using (solid curves) and without use of (dot-dashed curves) quadrature components decorrelation when training samples volume $m = 10,\ 15,\ 20$

 ISSN 2076-2429 (print)
ISSN 2223-3814 (on line)

at detection of a signal corresponding to the "optimal" velocity of the target ($I_S^T = S_0[1 -1 \ 1 -1 \ldots 1]$, $Q_S^T = S_0[0 \ 0 \ 0 \ldots 0]$, where S_0 — the signal maximum value) when additive mixture of interference with the Gaussian shape of the envelope correlation function and uncorrelated noise

$$[B_{X11}]_{i,j} = [B_{X22}]_{i,j} = \sigma_c^2 R^{(i-j)^2} \cos[(i-j)\varphi_0] + \sigma_n^2 \delta_{ij},$$

$$[B_{X12}]_{i,j} = -[B_{X21}]_{i,j} = \sigma_c^2 R^{(i-j)^2} \cos[(i-j)\varphi_0],$$

where σ_c^2, σ_n^2 — interference and noise dispersions respectively;

R, φ_0 — correlation function envelope's and Doppler interference phase incursion inter-periods values;

δ_{ij} — Kronecker's symbol.

Ibidem graph (dashed curve) shows the relevant potential detection characteristics.

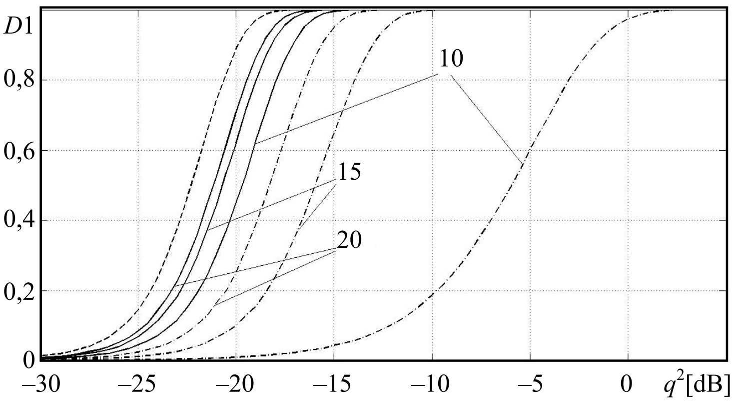

Fig. 2. Detection characteristics at $N = 4$, $F = 10^{-3}$, $\sigma_n^2/\sigma_c^2 = -30$ *dB*, $\varphi_0 = 0$

Conclusions. Analysis of the given detection characteristics does reveal that the use of quadrature channels signals de-correlation can improve the dynamic performance of Hotelling procedures thus ensuring the loss in the signal / (interference + noise) ratio never exceeding 3 dB at training samples volume $m \geq 2N$.

Literature

1. Anderson, T.W. An Introduction to Multivariate Statistics Analysis / T.W. Anderson. — 3rd ed. — New York: John Wiley & Sons, 2003. — 752 p.
2. Johnson, R.A. Applied Multivariate Statistical Analysis / R.A. Johnson, D.W. Wichern. — 6th ed. — London: Pearson, 2007 — 800 p.
3. Джиган, В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы [Текст] : научное издание / В.И. Джиган. — М.: Техносфера, 2013. — 527 с.
4. Деммель, Дж. Вычислительная линейная алгебра [Текст]: теория и приложения / Дж. Деммель; Пер. с англ. Х.Д. Икрамова. — М.: Мир, 2001. — 430 с.

References

1. Anderson, T.W. An Introduction to Multivariate Statistics Analysis / T.W. Anderson. — 3rd ed. — New York: John Wiley & Sons, 2003. — 752 p.
2. Johnson, R.A. Applied Multivariate Statistical Analysis / R.A. Johnson, D.W. Wichern. — 6th ed. — London: Pearson, 2007 — 800 p.

3. Dzhigan, V.I. Adaptivnaya fil'tratsiya signalov: teoriya i algoritmy: nauchnoe izdanie [Adaptive signal filtering: theory and algorithms: scientific publication] [Text] / V.I. Dzhigan. — Moscow, 2013. — 527 p.
4. Demmel', Dzh. Vychislitel'naya lineynaya algebra: teoriya i prilozheniya [Applied numerical linear algebra: theory and applications] [Text] / Dzh. Demmel', trans. from English by Kh.D. Ikramov. — Moscow, 2001. — 430 p.

АНОТАЦІЯ / АННОТАЦИЯ / ABSTRACT

В.О. Аверочкін, О.В. Троянський. **Виявляч Хотелінга, що використовує декореляцію квадратурних каналів.** Впровадження автоматизованих систем радіолокаційного виявлення робить актуальним завдання розробки і впровадження алгоритмів виявлення, що забезпечують стабілізацію ймовірності хибної тривоги за умов апріорно невідомої завадової обстановки без участі людини-оператора. В умовах гаусовських перешкод з апріорно невідомими коваріаційними властивостями задача стабілізації ймовірності хибної тривоги може бути розв'язана шляхом використання вирішальної статистики Хотелінга. Отримано співвідношення для ймовірностей хибної тривоги та правильного виявлення з використанням вирішальної статистики Хотеллінга. Для підвищення швидкості збіжності характеристик адаптивного виявляча, що використовує зазначену статистику, до потенційних значень запропоновано матрицю обробки, що забезпечує декореляцію сигналів квадратурних каналів. Отримано вирішальну статистику Хотеллінга з урахуванням запропонованого в роботі перетворення. Наведено приклади реалізації формувача запропонованої вирішальної статистики Хотеллінга з декореляцією сигналів квадратурних каналів на рівні структурних схем. Проведено порівняння характеристик виявлення процедур з використанням і без використання декореляції квадратурних складових.
Ключові слова: автоматизована система радіолокаційного виявлення, вирішальна статистика Хотелінга, декореляція сигналів квадратурних каналів.

В.А. Аверочкин, А.В. Троянский. **Обнаружитель Хотеллинга, использующий декорреляцию квадратурных каналов.** Внедрение автоматизированных систем радиолокационного обнаружения делает актуальной задачу разработки и внедрения алгоритмов обнаружения, обеспечивающих стабилизацию вероятности ложной тревоги в условиях априорно неизвестной помеховой обстановки без участия человека-оператора. В условиях гауссовских помех с априорно неизвестными ковариационными свойствами задача стабилизации вероятности ложной тревоги может быть решена путём использования решающей статистики Хотеллинга. В работе получены соотношения для вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения с использованием решающей статистики Хотеллинга. Для повышения скорости сходимости характеристик адаптивного обнаружителя, использующего указанную статистику, к потенциальным значениям предложена матрица обработки, обеспечивающая декорреляцию сигналов квадратурных каналов. Получена решающая статистика Хотеллинга с учетом предложенного в работе преобразования. Приведены примеры реализации формирователя предложенной решающей статистики Хотеллинга с декорреляцией сигналов квадратурных каналов на уровне структурных схем. Проведено сравнение характеристик обнаружения процедур с использованием и без использования декорреляции квадратурных составляющих.
Ключевые слова: автоматизированная система радиолокационного обнаружения, решающая статистика Хотеллинга, декорреляция сигналов квадратурных каналов.

V.A. Averochkin, A.V. Troyanskiy. **The Hotelling detector using quadrature channels decorrelation.** Introduction of automated radar detection systems makes it an urgent task to develop and implement detection algorithms which provide false alarm probability stabilization for a priori unknown interference environment without the involvement of a human operator. In terms of Gaussian noise with a priori unknown covariance properties the problem of false alarm probability stabilization can be solved by using Hotelling decision statistics. Using the Hotelling statistics the relations for the false alarm probability and correct detection probability are obtained. To increase the convergence rate of the characteristics for adaptive detector using the specified statistics to potential values we propose the processing matrix that provides quadrature channel signals decorrelation. Hotelling decision statistics considering the proposed conversion is obtained. The examples of implementing the proposed Hotelling decision statistics generator using quadrature channel signals decorrelation at the level of structural schemes are given. The detection procedures characteristics with and without the use of quadrature components decorrelation are compared.
Keywords:automated radar detection system, Hotelling decision statistics, quadrature channel signals decorrelation.

Reviever Dr. techn. sciences, Prof. of Odesa nat. polytechnic univ. Filipsky Yu.K.

Received May 5, 2014